

# 应用 TVD 格式求解 N - S 方程 预测透平叶栅二次流损失

西安交通大学 常建忠\* 丰镇平 李国君 沈祖达

【摘要】应用 TVD 格式和 Baldwin-Lomax 代数紊流模型求解三维 N - S 方程, 详细模拟出了一个直列透平叶栅中二次流及其损失在叶栅通道中的产生和发展过程, 并给出了叶栅损失的分布状况, 其结果深刻揭示了透平叶栅二次流损失的产生发展机制。本文计算得到的叶栅损失的栅距平均值沿叶高的分布曲线与实验值吻合良好, 表明格式求解精度较高。

主题词: 叶轮机械 叶栅 二次流 损失 数值模拟

分类号: V 231.3 TK262

## 1 前言

现代叶轮机械叶栅中的二次流问题, 随着级负荷的提高而日趋明显, 二次流损失所占比例越来越大。因此研究叶栅二次流特性及损失预测就显得十分重要<sup>[1-3]</sup>。近年来人们开始尝试通过求解三维 N - S 方程来预测叶栅流场损失, 取得了一定进展, 但离工程应用还有较大差距<sup>[1]</sup>。本文研究应用 TVD 格式和 Baldwin-Lomax 代数紊流模型求解三维 N - S 方程来数值预测叶栅流场, 以期发展一种能对叶栅二次流结构细节及其损失作详细模拟和分析的数值方法, 并通过对一个直列透平叶栅内部流场的数值模拟, 初步验证了其求解精度和可靠性, 从而在应用 N - S 方程预测透平叶栅二次流及其损失方面作出了有益的探索, 为工程上用数值模拟直接计算叶栅损失打下了良好的基础。

## 2 N - S 方程组及 TVD 格式

经过 Favre 平均的三维 N - S 方程在任意曲线坐标系  $(\xi, \eta, \zeta)$  中可写出如下:

$$\partial U / \partial t + (\partial E_c / \partial \xi + \partial F_c / \partial \eta + \partial G_c / \partial \zeta) = \partial E_v / \partial \xi + \partial F_v / \partial \eta + \partial G_v / \partial \zeta \quad (1)$$

采用 Harten 型 TVD 格式<sup>[4,5]</sup>构造对流项的差分方程, 在  $\xi$  方向其差分形式为:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{E_{c_{i+1/2,j,k}} - E_{c_{i-1/2,j,k}}}{\Delta \xi} + \frac{\partial F_c}{\partial \eta} + \frac{\partial G_c}{\partial \zeta} = \frac{\partial E_v}{\partial \xi} + \frac{\partial F_v}{\partial \eta} + \frac{\partial G_v}{\partial \zeta} \quad (2)$$

其中  $E_{c_{i+1/2,j,k}} = \frac{1}{2} (E_{c_{i+1,j,k}} + E_{c_{i,j,k}}) + \frac{1}{2\lambda} \sum_{l=1}^m R_{i+1/2}^l [g_i^l + g_{i+1}^l - Q(\bar{y}_{i+1/2} + y_{i+1/2}) a_{i+1/2}^l]$

$$a_{i+1/2}^l = R_{i+1/2}^{-1} \Delta_{i+1/2} U, \quad y_{i+1/2} = \begin{cases} (g_{i+1}^l - g_i^l) / a_{i+1/2}^l & a_{i+1/2}^l \neq 0 \\ 0 & a_{i+1/2}^l = 0 \end{cases}$$

$$g_i^l = \min \text{mod}(\tilde{g}_{i-1/2}^l, \tilde{g}_{i+1/2}^l) \quad , \quad \tilde{g}_{i+1/2}^l = (1/2)[Q(\tilde{v}_{i+1/2}^l) - (\tilde{v}_{i+1/2}^l)^2]a_{i+1/2}^l$$

$$\min \text{mod}(x, y) = \max[0, \text{sgn}(x) \cdot \min(|x|, |y|)] \quad , \quad \tilde{v}_{i+1/2}^l = (\Delta t / \Delta x) \lambda_{i+1/2}^l$$

$$Q(x) = \begin{cases} x & |x| \geq \epsilon \\ (x^2 + \epsilon^2) / 2\epsilon & |x| < \epsilon \end{cases} \quad (\epsilon \text{ 为一给定正小数})$$

同理可构造其它两个方向上的 TVD 格式, 对扩散项则采用中心差分格式离散, 详见文献[3]。

紊流模型采用 Baldwin-Lomax 代数涡粘模型<sup>[6]</sup>。计算时将叶栅流场分为 3 个区域, 即前后延伸区与叶栅区。在延伸区涡粘性系数只考虑上下端壁的影响; 在叶栅区又分为 4 个子区, 各子区中每点的涡粘性系数由相邻两个壁面分别影响下的涡粘性系数矢量合成得到。

### 3 网格剖分与边界条件

图 1 为所计算的直列叶栅的网格剖分图。网格点为: 69(轴向) × 35(跨叶面) × 20(半叶高), 叶栅前缘、尾缘分别位于第 19 点和第 57 点。在叶栅端壁、前缘、尾缘处以及叶面附近加密网格, 以提高在这些重要的

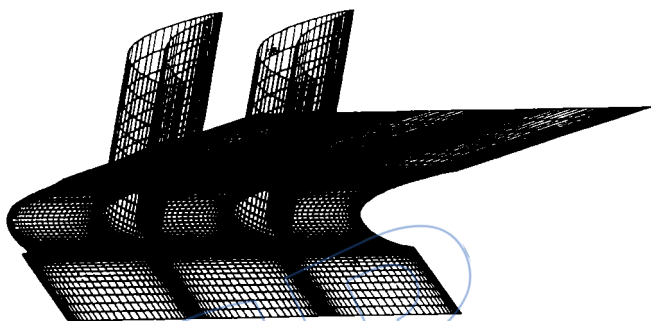


图 1 叶栅计算网格剖分图

的流动区域内解的分辨率。边界条件按照实验工况<sup>[8]</sup>给定如下: 进口总压  $1.45588 \times 10^5 \text{ Pa}$ , 进口总温  $338.15 \text{ K}$ , 进口气流角  $-8^\circ$ , 出口背压  $1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$ 。

### 4 数值结果及其分析

为了作详细的定量分析与实验<sup>[8]</sup>相对照, 定义如下的叶栅总压损失系数:

$$\xi_t = \frac{[(P_i/P_i^*)^{(\gamma-1)/\gamma} - (P_i/P_0^*)^{(\gamma-1)/\gamma}]}{[1 - (P_i/P_0^*)^{(\gamma-1)/\gamma}]} \quad (3)$$

其中:  $P_i$  为流场内各点气流静压,  $P_0^*$  为叶栅进口气流总压,  $P_i^*$  为流场内各点气流总压。

图 2 为叶栅端壁和半叶高处跨叶面上的总压损失系数分布图。可以看出端壁整个区域内由于边界层存在总压损失较大。在吸力面分离鞍点(见图 3 所示速矢分布)、压力面分离区、吸力面尾缘边界层内的总压损失都很高。而半叶高处的大部分区域总压损失几乎为零, 近叶面边界层内总压损失的值比较大。在吸力面的前后缘边界层以及压力面分离区有很大的总压损失, 在吸力面后部边界层增厚, 压力面边界层减薄。结合图 3 给出的上述两个截面上的速矢分布, 可更清楚地了解叶栅不同截面上的流场结构细节以及损失发生和发展情况。

图 4 为叶栅叶面上的总压损失系数及近叶面的速矢分布图。吸力面上叶栅前缘和马蹄涡处以及来流边界层内有较大的总压损失, 马蹄涡涡核处对应损失核。在 30% 轴向弦长前由于马蹄涡吸力面分支逐渐减小并消失, 总压损失也相应减小。从 30% 轴向弦长以后由于通道涡及马蹄涡压力面分支的横向流动, 使得来流的端壁边界层从这一点起被带入主流中, 再加上吸力面边界层发展变厚, 从这里开始吸力面总压损失增大。在压力面上, 来流边界层及叶栅前缘有较高损失区。从端壁到中间叶高由于存在分离, 总压损失亦很高。在分离区之后总压损失有所减小, 然后又由于边界层的发展, 使得损失逐渐增大。图 5 为叶栅几何平均子午面上的总压损失分布。可见损失主要分布在端壁附近, 在前半部由于通道涡与马蹄涡压力面分支的横向

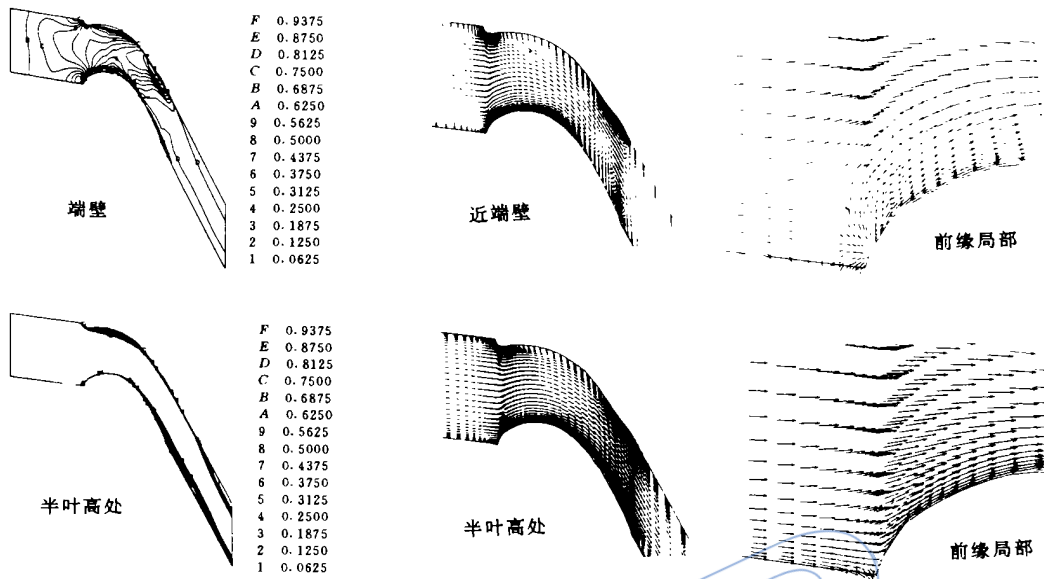


图 2 跨叶面上的总压损失系数分布

图 3 跨叶面上的速矢分布

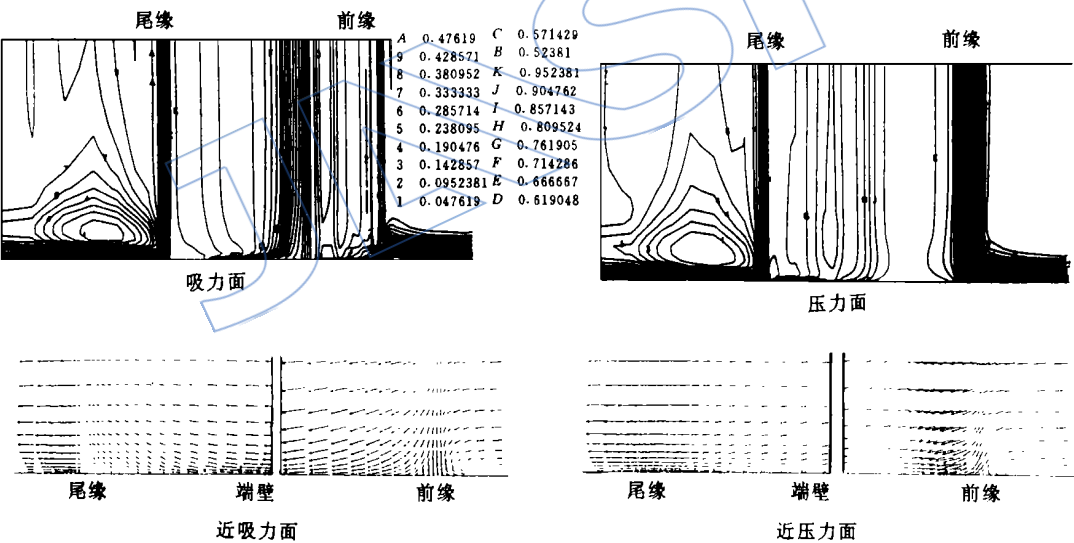


图 4 不同叶面上的总压损失系数及近叶面的速矢分布图

运动的夹带,使得低能流体在通道中从前向后往吸力面偏移,造成了该截面内的损失从前向后减小,但在后半部由于壁面有新的端壁边界层产生,其损失又有所增加。

图 6 为不同轴向弦长等  $x$  截面内的总压损失系数分布图,从中可以清楚地看出叶栅通道中损失的产生发展状况以及它们与叶栅端壁边界层和二次流涡系的关系。

在叶栅上游 5% 弦长处截面内(图 6(a)),总压损失在栅距方向均匀分布,可见边界层在栅前基本上是均匀的,但在吸力面附近有一个明显的损失核,它对应于来流的马蹄涡。图 6(b)为叶栅前缘截面内的总压损失分布,由于来流冲角为  $-8^\circ$ ;前缘分离鞍点位于吸力面侧,使得吸

力面侧总压损失区比压力面侧大,而且在吸力面与端壁区对应马蹄涡涡核处有一个损失核。在压力面与端壁的角区也有一个高损失区,它对应于马蹄涡的压力面分支。从图 6(c)所示的轴向弦长 30% 等  $X$  截面内的总压损失分布,可以看出压力面分离区中损失区及损失值很大,而马蹄涡的吸力面分支已经减弱接近消失,而且由于吸力面处于加速流动状态,使得其损失区与损失值减小。图 6(d)为轴向弦长 68% 等  $X$  截面



图 5 几何平均子午面上的总压损失系数分布

内的总压损失分布,由于端壁横向流动使得端壁边界层从压力面到吸力面逐渐增厚,损失区也从压力面到吸力面逐渐变大,吸力面边界层发展变厚使得损失区逐渐增大,但都没有形成明显的损失核。轴向弦长 98% 等  $X$  截面内(图 6(e))的总压损失分布表明,此处吸力面的边界层损失比压力面的大,而且已在吸力面靠近端壁处形成一个损失核,在角区还有一个与角涡对应小的损失核;此处也可看到端壁新产生的边界层引起的损失区。图 6(f)为轴向弦长 145% 等  $X$  截面内的总压损失分布,可以看到靠近吸力面的损失区进一步扩大,损失核也进一步增大,但损失值却降低,这表明受通道涡影响产生的损失核在叶栅出口以后与尾迹相互作用使得损失区增大,而损失值有所减小,流动趋于均匀。

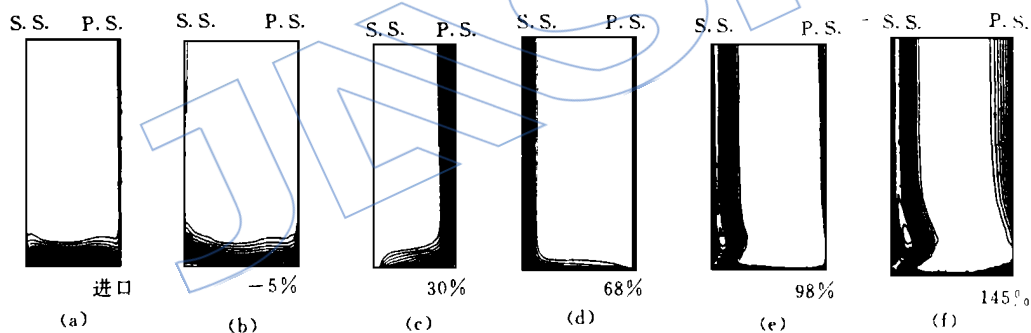


图 6 不同轴向弦长等  $X$  截面内的总压损失系数分布

为了比较计算结果,图 7 给出了文献[7]实测得到的一个环形叶栅通道中损失的发展分布图。尽管本文计算对象是直列叶栅,但从图 6 和图 7 所示结果看,计算出的各个截面上损失的分布与该实验揭示的损失在叶栅通道中的分布状况极相似。

图 8 为用本文方法直接预测出的叶栅出口损失的栅距平均值沿叶高的分布曲线与实验测量值<sup>[8]</sup>的对照图。从计算出的损失分布曲线可以明显地分辨出端壁二次流效应,近端壁处由于端壁和叶面边界层与二次流的共同作用使得损失很大,离端壁较远处只有叶面边界层带来的损失,其值较小。该损失曲线不仅在趋势上能反映出叶栅二次流损失的特点,而且在量值上也接近实验结果。叶栅近端壁处由于网格加密,量值上较吻合。但由于叶栅尾缘削尖的原因使峰值的位置有所出入,在离端壁处由于网格较粗所带来的数值粘性使得预测出的损失值大于实验值,这有待于进一步的计算验证和不同叶栅的考核。但已表明用三维粘流计算来直接预测叶栅流场的损失可进入实用阶段。

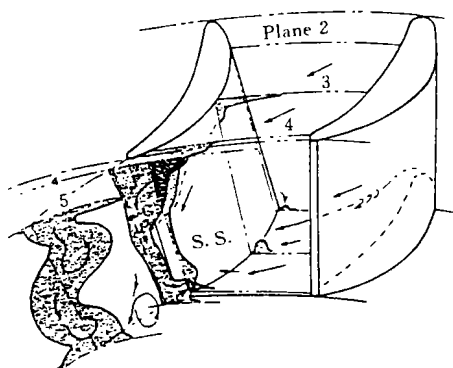


图 7 文献[7]实测的叶栅通道中损失的发展分布图

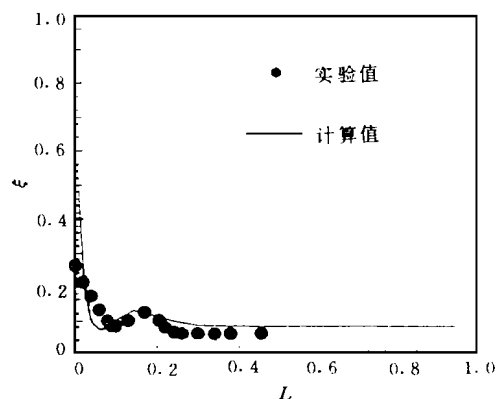


图 8 叶栅出口损失的栅距平均值沿叶高的分布的计算曲线与实验测量值

## 5 结 论

(1) 本文数值方法成功地模拟出了透平叶栅通道中的损失发生、发展过程, 与文献公布的实验结果一致, 同时计算出了叶栅的端部二次流损失, 而且预测出的损失的栅距平均值沿叶高的分布曲线与实验值趋势一致, 量级上吻合, 从而为工程上用数值模拟直接计算叶栅损失打下了良好的基础。(2) 透平叶栅中的二次流损失应包括来流端壁边界层损失, 二次流中马蹄涡引起的边界层分离、通道涡与马蹄涡剪切运动带来的损失, 新增的端壁边界层损失以及叶面边界层及流动分离损失, 还有角涡与尾迹的剪切、掺混损失。(3) 与二次流涡系中的涡核相对应有损失核产生。叶栅前缘的损失核与马蹄涡对应, 叶栅下游通道中靠近吸力面处的损失核与通道涡对应, 吸力面与端壁角区的损失核与角涡对应。通道涡与马蹄涡压力面分支使得来流边界层中的低能流体随二次流诸涡运动重新在各处分布, 并且二次流运动也带来新的剪切损失, 使得损失在靠近叶栅端部与吸力面的区域较大, 此即为端部次流效应。叶栅通道中固壁边界层的发展及二次流中的通道涡对叶栅损失的发展及分布起着重要的作用。

## 参 考 文 献

- 1 AGARD. Secondary Flow in Turbomachines CP- 469, 1990
- 2 Sieverding C H. Recent Progress in the Understanding of Basic Aspects of Secondary Flows in Turbine Blade Passage ASME Paper 84- GT- 78, 1984
- 3 常建忠. 叶轮机叶栅二次流的可视化实验、拓扑分析及数值模拟: [博士学位论文]. 西安交通大学, 1997
- 4 Harten A. High Resolution Schemes for Hypersonic Conservation Laws J. Comput Phys, 49, 1983
- 5 周新海. 叶栅激波流场的数值模拟与高分辨率差分格式. 中国工程热物理年会第六届年会论文, No. 88208, 1988
- 6 Baldwin B S, Lomax H. Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows AIAA Paper 78- 257, 1978
- 7 Yamamoto A, Yanagi R. Production and Development of Secondary Flows and Losses within a Three Dimensional Turbine Stator Cascade ASME Paper 85- GT- 217, 1985
- 8 刘仪. 叶轮机级环境下内部三维粘性流场的计算方法: [博士学位论文]. 西安交通大学, 1996

(责任编辑 杨再荣)

## MECHANISM INVESTIGATION ON CASING TREATMENT FOR RESTRAINING ROTATING STALL BY MEANS OF WAVELET TRANSFORM

Zhang Yandong, Wang Guanghua, Lu Yajun

(4th Dept. Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083)

**ABSTRACT** Wavelet transform, as a tool for signal analysis, is applied to analysis of compressor rotating stall signals. With the Morlet wavelet transform, the time-evolution of the unsteady signals during the stall inception and the local behavior in the casing treatment plenum are investigated. By comparison with structure characteristics of the coherent waves in the casing without treatment, it is shown that the casing treatment does have different influences on pressure impulse signals. A mechanism for restraining perturbations of stall inception via casing treatment is proposed.

**Key Words** Axial fan Treatment Casing Coherent detection

## NUMERICAL PREDICTION OF SECONDARY FLOW LOSS IN A TURBINE CASCADE BY USING TVD SCHEME TO SOLVE N-S EQUATIONS

Chang Jianzhong, Feng Zhenping, Li Guojun, Shen Zuda

(Institute of Turbomachinery, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049)

**ABSTRACT** Harten's TVD scheme and Baldwin-Lomax turbulence model are applied to solving 3D N-S Equations for simulation of emergence and development of secondary flow and its loss in a rectilinear turbine cascade at a  $8^\circ$  incidence. The computation simulates successfully the vortex structure of the secondary flow and its loss distribution in the cascade passage. The predicted pitch averaged cascade distribution along blade height is consistent with the experimental data well. The mechanism of secondary flow loss emergence and development is revealed. It is found out that the incoming end wall boundary layer, the horse shoe vortex and its induced separation, and the shear motion of the horse shoe vortex with that of passage vortex are the major sources of the loss production, and the cascade boundary layer development and the passage vortex play an important role in the cascade loss development and redistribution. As a result, the numerical technique developed by the authors has a high accuracy and resolution, and can be adopted in the engineering application.

**Key Words** Turbomachines cascades Secondary flow Losses numerical Simulation